

## Aufgaben zu Bernoulli

### Aufgabe:

- 1) In einer Lostrommel sind 5 % Gewinnlose. Fritz kauft 4 Lose. Wie wahrscheinlich ist es, dass *genau* zwei Gewinnlose dabei sind? Fall:  $P(X = k)$
  
- 2) In einem Reisebus sind 50 Reisende. 10 Reisende haben gefälschte Waren gekauft. Der Zoll kontrolliert 8 Reisende. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zoll höchstens einen erwischt? Fall  $P(X \leq k)$
  
- 3) Franz wirft mit einem Ball auf eine Dose. Er trifft im Durchschnitt bei jedem 3 Versuch. Wie wahrscheinlich ist es, dass er zwischen 2 und 3 Dosen trifft, wenn er es 10 mal versucht?  
Fall:  $P(k \leq X \leq m)$
  
- 4) Wirft man einen Reißnagel, so kommt er in 60% der Fälle in Kopflage und in 40% der Fälle in Seitenlage zur Ruhe. Jemand wirft 10 Reißnägel. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen mehr als 1 Reißnagel in Seitenlage. Fall:  $P(X \geq k)$

### Bestimmung der Länge einer Bernoullikette:

In einer Lostrommel sind 25% der Lose Gewinnlose. Wie viele Lose muss man *mindestens* kaufen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von *mindestens* 99% *mindestens* ein Gewinnerlos dabei ist.

Bestimmung der Länge einer Bernoullikette:

In einer Lostrommel sind 25% der Lose Gewinnlose. Wie viele Lose muss man *mindestens* kaufen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von *mindestens* 99% *mindestens* ein Gewinnerlos dabei ist.

Lösung:

$$P(X \geq 1) \geq 0,99$$

$$1 - P(X = 0) \geq 0,99$$

$$-P(X = 0) \geq -0,01$$

$$P(X = 0) \leq 0,01$$

$$B(n; 0,25; 0) \leq 0,01$$

$$= \binom{n}{0} \cdot 0,25^0 \cdot (0,75)^n \leq 0,01$$

$$1 \cdot 1 \cdot 0,75^n \leq 0,01$$

$$0,75^n \leq 0,01$$

$$\log_{0,75} 0,01 \leq n$$

$$n \geq 16,0087 \text{ Man muss 17 Lose kaufen.}$$

Aufgaben zu Bernoulli

### Aufgabe:

- 1) In einer Lostrommel sind 5 % Gewinnlose. Fritz kauft 4 Lose. Wie wahrscheinlich ist es, dass *genau* zwei Gewinnlose dabei sind? Fall:  $P(X = k)$

$$B(n; p; k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

$$P(x = 2) = \binom{4}{2} \cdot (0,05)^2 \cdot (0,95)^2 \approx 0,0135 \triangleq 1,35\%$$

A.: Die Wahrscheinlichkeit beträgt **1,35%**.

- 2) In einem Reisebus sind 50 Reisende. 10 Reisende haben gefälschte Waren gekauft. Der Zoll kontrolliert 8 Reisende. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zoll höchstens einen erwischt?

$$P(x \leq 1) = P(x = 0) + P(x = 1)$$

$$\binom{8}{0} \cdot 0,2^0 \cdot (0,8)^8 + \binom{8}{1} \cdot 0,2^1 \cdot (0,8)^7 \approx 0,5033 \triangleq 50,33\%$$

A.: Zu **50,33%** wird höchstens ein Reisender mit gefälschten Waren kontrolliert.

- 3) Franz wirft mit einem Ball auf eine Dose. Er trifft im Durchschnitt bei jedem 3. Versuch. Wie wahrscheinlich ist es, dass er zwischen 2 und 3 Dosen trifft, wenn er es 10-mal versucht?

Fall:  $P(k \leq X \leq m)$

$$P(2 \leq x \leq 3) = P(x = 2) + P(x = 3)$$

$$\binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 + \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 \approx 0,4552 \triangleq 45,52\%$$

A.: Franz trifft zu **45,52%** zwischen 2 und 3 Dosen, wenn er zehnmal wirft.

- 4) Wirft man einen Reißnagel, so kommt er in 60% der Fälle in Kopflage und in 40% der Fälle in Seitenlage zur Ruhe. Jemand wirft 10 Reißnägeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen mehr als 1 Reißnagel in Seitenlage. Fall:  $P(X \geq k)$

Mehr als 1 Nagel bedeutet 2 und mehr, also  $P(x \geq 2)$

Tipp: Rechne mit der Gegenwahrscheinlichkeit:  $P(X \geq k) = 1 - P(X < k)$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) = 1 - (P(x = 1) + P(x = 0))$$

$$1 - \left( \binom{10}{1} (0,4)^1 \cdot (0,6)^9 + \binom{10}{0} (0,4)^0 \cdot (0,6)^{10} \right) \approx 0,9536 \triangleq 95,36\%$$

A.: Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 1 Reißnagel in Seitenlage liegt beträgt um die **95,36%**.